

La genèse des concepts mathématiques, entre sciences de la cognition et sciences de la culture

Jean Lassègue

Laboratoire Lattice-CNRS
Ecole Normale Supérieure
1 rue Maurice Arnoux
92120 Montrouge
Jean.Lassegue@ens.fr

En faisant remarquer que le problème du fondement des mathématiques n'est pas seulement un problème logique mais bien plutôt un problème d'épistémologie cognitive exigeant de retracer la genèse des concepts étudiés, on est généralement prêt à accorder un rôle à l'historicité et à l'intersubjectivité dans le développement des concepts mathématiques. Cependant, cet appel à l'historicité et à l'intersubjectivité est plus une position de principe qu'une mise en œuvre effective parce que l'on s'en tient habituellement soit à une analyse de facture cognitiviste ayant trait aux bases motrices de la perception du Sujet, soit à une analyse de facture phénoménologique où intervient le corps incarné. Dans les deux cas, l'appel à l'histoire et à l'intersubjectivité est à la fois admis et rejeté en fin d'étude comme s'il était finalement extérieur à la démarche.

L'expérience de pensée sous-jacente à cette épistémologie cognitive tend donc à promouvoir l'image d'un Sujet mathématicien semblant sortir tout droit d'un livre : taillé sur mesure pour correspondre à une genèse des concepts déjà hautement travaillés par l'abstraction mathématique, il n'a finalement que peu de rapport avec les Sujets plongés dans l'histoire et l'intersubjectivité. On en connaît la raison : derrière une telle expérience de pensée, se lit en filigrane le projet d'une naturalisation inspirée aujourd'hui par les neurosciences – jadis par la science physique – qui peuvent se cantonner à ce type de représentation du Sujet pour des raisons épistémologiques précises liées à leur contexte de recherche, focalisé exclusivement sur la géographie d'une architecture neuronale dont on sait qu'elle est commune à tous les individus de l'espèce et qui peut donc se limiter, en première approximation, à l'analyse de l'individu isolé. Il n'est évidemment pas impossible que le transfert du contexte épistémologique des neurosciences à celui de la genèse cognitive des concepts mathématiques soit, intégralement ou en partie, possible et que l'on puisse à bon droit s'en tenir à ce genre de représentations du Sujet quand on analyse le problème du fondement des mathématiques d'un point de vue cognitif. Encore faut-il s'en assurer et ne pas considérer comme un acquis ce qui n'est qu'un présupposé.

Je voudrais donc, dans les pages qui suivent, essayer de comprendre pourquoi l'appel à l'historicité et à l'intersubjectivité, même s'il est lancé de bonne foi, n'a que peu d'incidences sur le type d'analyse cognitive qui est ensuite pratiquée. Pour ce faire, je m'appuierai principalement – mais non exclusivement – sur l'œuvre de Cassirer car il a su, bien avant les autres, montrer l'importance capitale de l'histoire et de l'intersubjectivité dans la genèse des concepts et déjouer les attendus d'une attitude souvent involontairement scientifique à l'égard des pratiques culturelles.

J'espère ainsi contribuer à nouer – ou renouer – des fils aujourd'hui bien distendus entre les sciences cognitives et les sciences de la culture en montrant que l'analyse de la cognition doit s'opérer de façon *située* dans un contexte culturel donné.

1. Position du problème

Le projet d'une cartographie neuronale mis en chantier aujourd'hui par les neurosciences n'est que le dernier avatar du projet plus vaste de naturalisation qui s'est constitué depuis l'avènement de la physique moderne. Le projet contemporain hérite, de ce point de vue, de l'attitude épistémologique mise en place dès Galilée : la science est une reconstruction fonctionnelle de type structural ; ses concepts, d'essence mathématique, relient entre eux des éléments par des lois d'engendrement et ne visent pas à « sauver les phénomènes »¹, c'est-à-dire à justifier le monde tel qu'il est perçu par les sens. Mais on sait du même coup – le Husserl de la *Crise des sciences européennes* y a suffisamment insisté – que le paradigme fonctionnel dans les sciences exactes et les sciences de la nature a aussi son revers : il ne rend pas compte du rapport de signification – à la fois *sens* et *valeur* – que nous entretenons, *via* la langue naturelle, avec notre environnement sensible². Ce rapport de signification tel qu'il apparaît dans la langue est essentiellement changeant et met au défi la détermination univoque des concepts que vise la science. Or ce rapport de signification dont la langue manifeste avec clarté la prégnance individuelle et collective est précisément à la base de ce qui fonde l'histoire et l'intersubjectivité : aussi réintroduire les aspects historiques et intersubjectifs dans le genèse des concepts va-t-il directement à l'encontre du paradigme scientifique dominant depuis Galilée. C'est sans doute ce qui explique la difficulté qu'il y a à faire intervenir l'histoire et l'intersubjectivité dans un projet de recherche scientifique comme celui des sciences cognitives : le rapport à la signification y est *mal vécu* parce qu'il apparaît comme menaçant d'échec le projet d'une détermination scientifique de la cognition et de ses productions spécifiques, comme par exemple les mathématiques. Confronté à ce malaise, on peut tenter de l'écarter purement et simplement en déclarant que les capacités cognitives sont inchangées à travers le temps (élimination de l'histoire) et stables quelles que soient les langues (élimination de l'intersubjectivité). On risque, ce faisant, non pas tant d'écarter le problème de la signification que de le *refouler*, en lui laissant le loisir de resurgir ailleurs, sous une autre guise. Il faut donc essayer de se confronter directement au problème de la signification, de la place que celle-ci occupe dans la cognition et plus spécifiquement dans la cognition mathématique. Plusieurs solutions semblent envisageables.

11. La cognition mathématique incarnée : l'approche de Lakoff et Nuñez

Dans un livre récent³, Lakoff et Nuñez ont tenté de défendre le point de vue suivant : plutôt que de séparer radicalement le monde de la signification tel qu'il est véhiculé dans la langue et le mythe du monde de la rationalité scientifique, en particulier mathématique, il est plus expédient, d'un point de vue cognitif, d'étudier les ressources que ces deux types d'activités ont en commun en revenant à ce qui fait le substrat commun de toute activité humaine, le corps incarné. A moins de leur supposer une nature mystique, disent les auteurs, les mathématiques, en tant que pratiques culturelles, doivent faire usage d'un bagage cognitif qui n'est pas fondamentalement différent de celui utilisé dans tout autre activité humaine : il faut donc essayer de montrer en

¹ Duhem P. (1990), *Zoëin Ta Fainomena, essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galilée*, Vrin, Paris.

² Cassirer E. (1929), *Philosophie des formes symboliques 3 ; la phénoménologie de la connaissance* : 25-26.

quel sens et de quelle manière le discours mathématique dont on reconnaît par ailleurs la grande spécificité, fait usage du bagage cognitif en question. Pour parvenir à ce but, les auteurs se démarquent d'une attitude qui verrait dans les mathématiques un discours « désincarné » et qui viserait à décrire des entités ayant une existence *réelle* tout en étant « abstraite ». Les auteurs revendiquent l'existence d'un certain nombre de mécanismes cognitifs nécessaires et suffisants pour rendre compte de l'émergence de concepts mathématiques. Enumérons-en les principaux.

Premièrement, il existe des mécanismes mathématiques innés. C'est le cas, par exemple, de l'arithmétique. En se référant en particulier aux travaux de S. Dehaene, ils considèrent qu'il existe un mécanisme commun à certaines espèces dont l'espèce humaine et qui permet d'isoler immédiatement jusqu'à trois unités. Ces mécanismes innés ne sont pas suffisants pour engendrer des concepts proprement mathématiques : ils doivent être couplés avec d'autres mécanismes pour permettre de dériver de nouveaux concepts.

Deuxièmement, il existe des schémas d'image universels : *via* le système universel des relations spatiales qui se décomposent en « schémas d'image » de nature gestaltiste à la fois perceptif et conceptuel, il devient possible, selon les auteurs, de faire des inférences qui n'ont pas besoin de transiter par une logique symbolique. Par exemple, pour les auteurs, le concept mathématique de *classe* dérive, *via* un schéma d'image particulier, de la notion de *collection* ; celui de *réursion*, de celle d'*action répétée* ; celui d'*arithmétique complexe* de celle de *rotation* ; celui de *calcul infinitésimal* de celle de *mouvement*.

Troisièmement, le mécanisme métaphorique est universel : pour les deux auteurs, il s'agit d'un mécanisme cognitif qui n'est pas cantonné à l'usage qui en est fait dans la parole mais qui relève directement de la *pensée*. La métaphore est alors définie comme « correspondance entre domaines préservant l'inférence » (*inference-preserving cross-domain mapping*). Dans le cas des mathématiques, la métaphore ainsi définie permet d'opérer un travail proprement conceptuel en permettant de relier entre eux différents domaines conceptuels. En faisant varier les métaphores, – qui sont de deux types : de fondement ou de liaison – on doit pouvoir rendre compte des transformations spécifiques aux différents domaines des mathématiques.

A partir du couplage de ces mécanismes que nous n'avons que brièvement décrits, il devient possible, pour les auteurs, de mener à bien une analyse cognitive de grands concepts mathématiques, comme ceux d'infini, de nombres réels, d'infinitésimal, de points et de continu, etc.

12. Critique de l'approche de Lakoff et Nuñez

Un certain nombre de critiques peuvent être formulées à l'égard de cette approche qui, tout intéressante qu'elle soit d'un point de vue cognitif, ne me semble pas prendre la mesure véritable du problème de la cognition mathématique.

Tout d'abord, il me semble que toute approche *interprétative* de la démarche culturelle que sont les mathématiques tend à se diluer quand on fait appel à des mécanismes cognitifs dont on fait l'hypothèse qu'ils sont universels. Comment, dans l'approche cognitive en question, réussir à justifier le fait que les mathématiques n'ont pas été interprétées de la même manière au cours du temps ? Par exemple, le concept de *racine carrée* tel

³ Lakoff G. & Nuñez, (2000), *Where Mathematics comes from : How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, New

qu'il est appréhendé dans la mathématique grecque peut-il être interprété comme une première ébauche de ce qui deviendra pour nous le corps des réels ? Nous verrons plus bas que c'est un problème majeur pour la cognition mathématique qu'il puisse y avoir des divergences d'interprétation portant cependant sur ce qui nous paraît être un même concept. Lakoff et Nuñez prennent donc le risque d'opérer un *nivellement généralisé* du sens des énoncés mathématiques en présupposant toujours l'univocité de leur sens. Or les mathématiques *interprètent* des concepts et chaque interprétation renouvelle le sens du concept en question en le reconstruisant *entièrement*. On pourrait prendre l'analogie suivante : de même que l'on ne construit pas le corps des rationnels à partir de l'anneau des entiers mais qu'il faut à l'inverse construire d'entrée de jeu les rationnels pour y retrouver les entiers comme un cas particulier, de même on ne doit pas présupposer l'univocité d'un concept qui se généraliserait ensuite *uniformément* au cours du temps, comme si le concept en question était une *chose* qui ne demandait que l'intervention humaine pour dévoiler progressivement ses propriétés. On pêche donc par une sorte de finalisme occulte quand on croit pouvoir décrire le sens unique d'un concept car ce que l'on défend inconsciemment, ce n'est finalement que la dernière mouture de son interprétation indéfinie.

Ensuite, il ne me semble pas que la définition de la métaphore comme « correspondance entre domaines préservant l'inférence » puisse véritablement rendre compte de l'évolution propre à un concept mathématique. Trois points me semblent faire problème concernant la notion de correspondance. Tout d'abord, cette conception de la métaphore n'envisage celle-ci que comme mise en rapport de domaines déjà existants, dont il faut supposer qu'ils existent de façon innée puisqu'il n'y a aucune moyen de les *constituer* mathématiquement. Ensuite, la mise en rapport de domaines, certes capitale en mathématiques (peut-être surtout d'ailleurs depuis le 19^{ème} siècle), ne rend pas compte de l'apparition d'un concept nouveau. Peut-on par exemple justifier l'apparition du concept de nombre imaginaire ou de nombre réel sur cette seule base ? Reprenons le même exemple que plus haut : comment justifier l'apparition de la racine carrée comme *problème* en géométrie grecque à partir du modèle de la mise en rapport de domaines déjà existants ? Il est peut-être possible de faire le récit de la solution de la « crise des irrationnelles » comme la façon d'envisager un nouveau rapport « métaphorique » entre arithmétique et géométrie mais l'aspect problématique du concept disparaît dès lors complètement, alors qu'il doit continuer à se manifester pour qu'il puisse continuer à exiger d'être compris : si le concept de *racine carrée* tel qu'il est apparu en géométrie grecque pouvait être intégralement justifié sur la base d'un certain rapport entre les domaines déjà existants de l'arithmétique et de la géométrie, conserverait-il son sens *problématique* ? C'est en tant qu'il est *problématique* qu'il exige de chacun d'entre nous sa reprise par un travail sur soi et c'est ainsi qu'il continue d'avoir un sens *rationnel* un cours du temps : sans quoi, il est, à proprement parler, *lettre morte*⁴.

Enfin, si par inférence les auteurs entendent l'inférence logique, la préservation de l'inférence dans le cadre du mécanisme général de la métaphore paraît une propriété bien *ad hoc*. On ne voit pas en effet pourquoi il serait nécessaire de plaquer sur la notion de métaphore le problème logique du transfert des conditions de vérité. D'une part, cela laisse entendre que les auteurs considèrent la vérité d'un transfert métaphorique comme justiciable d'un jugement en termes logiques. Outre qu'il faudrait savoir précisément de quelle logique il

York.

⁴ C'est sous cet aspect essentiellement problématique que j'interprète la notion de "tenant-de-question" thématifiée par Salanskis J.-M. (1991), *L'herméneutique formelle; L'Infini, Le Continu, L'Espace*, Editions du CNRS, Paris.

s'agit – celle des prédicats du premier ordre ? Le second ordre est-il autorisé et sur quelle base ? –, il n'est pas certain que l'application même du schéma logique soit pertinente : avant de recevoir une justification en termes logiques, un énoncé mathématique peut continuer à féconder un domaine conceptuel sans qu'on y trouve à redire. Doit-on considérer la locution métaphorique de « quantité évanouissante » en calcul infinitésimal comme justiciable d'une analyse en termes logiques ? On peut certes montrer en quel sens logique la locution a un sens – Weierstrass s'y est employé – mais la cohérence logique des concepts ne doit pas être confondue ni avec leur pertinence ni avec leur fécondité. Autrement dit, s'il avait fallu attendre de connaître avec certitude les conditions de vérité de la locution métaphorique “quantité évanouissante” pour pouvoir l'employer, le calcul infinitésimal n'aurait pas vu le jour et Weierstrass n'aurait pas appliqué sur lui ses talents incomparables de rigueur.

13. La place à accorder à la langue et au mythe dans la démarche rationnelle

L'approche de Lakoff et Nuñez laisse donc dans l'ombre ce qui me paraît être le problème crucial de toute analyse cognitive des mathématiques, à savoir le fait qu'elles sont un *parcours interprétatif*, qui s'appuie certes sur des mécanismes cognitifs généraux mais qui vise un but très particulier, celui d'une conquête de l'*objectivité*. La difficulté consiste à articuler ce but si particulier avec les mécanismes en question, en conservant aux énoncés mathématiques leur caractère essentiellement problématique.

Je vais m'appuyer, pour ce faire, sur les réflexions de Ernst Cassirer qui avait, dès les années vingt du 20^{ème} siècle, conçu un cadre général d'interprétation de la culture permettant de penser cette articulation. Sa démarche paraît bien loin d'une démarche proprement cognitive – et elle l'est à bien des égards – mais elle a l'avantage, pour nous aujourd'hui, de permettre de croiser une perspective émanant des sciences de la culture et une autre émanant des sciences cognitives.

Le projet de Cassirer consiste à tenter d'*élargir* la base philosophique du savoir scientifique jusqu'alors cantonnée aux conditions théoriques de possibilité des mathématiques et de la physique en réintégrant dans la sphère du rationnel des conditions de possibilité qui ne sont pas seulement de cet ordre. Un tel projet n'est possible que parce qu'on a les moyens de mettre au jour une *rationalité pré-objective* – « subjective » dirait Cassirer – qui participe à la constitution d'un ordre rationnel : la langue et le mythe en sont les étayages principaux et constituent le fond de la notion de « forme symbolique ».

Si l'on se rappelle la façon dont nous avons posé le problème du refoulement du domaine de la signification par la démarche scientifique en général et par les sciences cognitives en particulier, on voit quel parti on peut tirer du projet de Cassirer : il s'agit de prendre en compte *directement* l'historicité et l'intersubjectivité conçues comme conditions pré-objectives de possibilité tout en *respectant* l'objectivité spécifique des concepts et en particulier des concepts mathématiques.

2. Le projet d'une philosophie des formes symboliques

La première étape du projet consiste donc à revenir à ce qui n'avait été jusqu'à présent que refoulé, à savoir le rôle joué par la signification dans la constitution de l'objectivité. Deux démarches sont nécessaires : d'une part, une analyse – intemporelle pourrait-on dire, que Cassirer appelle « logique » – des ressorts propres à

l'élaboration de la signification ; d'autre part, une analyse – que Cassirer appelle « dynamique » – des étapes historiques de constitution de la rationalité.

21. Logique des formes symboliques : le rôle constitutif de la métaphore dans l'élaboration de la signification

Je ne prendrai comme exemple que le cas de la métaphore telle qu'elle se déploie dans la langue et le mythe et qui jouent le rôle de conditions pré-objectives nécessaires à la constitution de l'objectivité. Cassirer s'est, lui aussi, penché sur le rôle capital de la métaphore comme mécanisme permettant d'articuler l'expression linguistique et mythique. Sans référer la métaphore à un mécanisme cognitif général, il essaye seulement d'en dégager le sens. Pour lui, la métaphore n'est pas seulement la chambre d'enregistrement d'oppositions différentielles déjà fondées par ailleurs dans des domaines tout constitués⁵ pas plus qu'un simple mécanisme de transfert entre des domaines sémantiques déjà existants⁶ : son rôle est *constitutif* en ce qu'elle stabilise, au moins temporairement, en une unité, des sens qui sont, à un autre niveau, conçus comme hétérogènes.

Comme l'ont montré récemment P. Cadiot et Y.-M. Visetti⁷ qui se réclament d'ailleurs explicitement de Cassirer, la métaphore permet d'énoncer des jugements de *conformité* et non des jugements d'*appartenance* qui attribueraient des propriétés en plaçant un contenu sous une forme, selon le schéma logique de la prédication. Dans cette mesure, la métaphore est une *fiction de catégorisation* parce qu'elle ne vise pas à ordonner un sens déjà construit mais plutôt à faire apparaître du sens en créant de la différence : dire d'un café que « c'est de l'eau » n'a évidemment pas pour but de catégoriser le café comme eau – même si le café que l'on boit est *réellement* et *à peu près intégralement* fait à base d'eau. La métaphore permet ainsi de conserver la permanence d'un motif sous l'hétérogénéité de thèmes. Le mot – et sans doute même, à une échelle plus petite, le morphème – apparaît dès lors comme faisant perdurer un noyau de sens qui, quels que soient les domaines sémantiques où la métaphore recrute une valeur à ses propres fins signifiantes, conserve une stabilité qui n'entame pas radicalement son identité, tout en réélaborant les rapports entre les différents domaines qu'elle traverse. Dès lors, on ne peut plus concevoir le mot ou le morphème dans le cadre exclusif d'une théorie logique de la prédication : il n'est pas une étiquette accolée à un concept idéal construit une fois pour toutes, sous lequel viendrait se subsumer des entités déjà existantes et dont on tenterait de dégager la vériconditionnalité malgré l'absence d'identité sémantique. Il est plutôt ce qui conserve temporairement l'unité d'un noyau sémantique à travers les champs qu'il parcourt et dont il modifie les modes d'existence par sa présence même. C'est pourquoi la métaphore a d'emblée un statut *fictionnel* : en associant des domaines sémantiques hétérogènes, elle produit un sens nouveau qui émerge grâce à cette association et non en dépit d'elle. C'est ce qui apparaît de façon éclatante dans l'univers mythique : comme l'ont souligné maints auteurs, le mythico-rituel est fondamentalement métaphorique et semble avoir plus de réalité que ce qu'il est censé décrire⁸. Comment expliquer sinon, comme le rapporte Cassirer, que dans un mythe grec décrivant la naissance des hommes, ces derniers soient assimilés à des pierres ? Une fois que l'on sait qu'en grec, les pierres (*laooi*) et les hommes (*laas*) peuvent être rapprochés par

⁵ Lévi-Strauss C. (1962), *Le totémisme aujourd'hui* : 144.

⁶ Comme chez Lakoff et Nuñez.

⁷ Cadiot P. et Visetti Y.-M. dans *Pour une théorie des formes sémantiques ; motifs, profils, thèmes*, PUF, Paris : 215, note 1.

homophonie, la constitution du mot en chose réelle permet de mettre en relation tous les champs sémantiques que les mots « métaphorisés » ont traversés : d'où la constitution possible d'un récit et même de plusieurs, faisant jouer ces parcours multiples. La métaphore apparaît bien alors comme créatrice et non pas comme seulement reproductrice.

Comment, à partir de cet aspect radicalement fictionnel de la langue et du mythe, dérivant de l'aspect intrinsèquement métaphorique de leur fonctionnement, peut-on espérer construire un domaine relevant de l'objectivité ?

22. Dynamique des formes symboliques : les étapes de la rationalité

Pour Cassirer, l'attitude rationnelle est le fruit d'un rejet *de principe* de toutes les valeurs qui font autorité dans le mythe et qui est le résultat de la toute-puissance de la pensée, véhiculée au premier chef par le fonctionnement originellement métaphorique du langage. Ce rejet, fondateur de la rationalité, est un événement qui s'est produit historiquement – et qui s'est même reproduit plusieurs fois – et non pas une structure cognitive intemporelle : il est le résultat d'une évolution historique collective *et c'est pourquoi il est possible de le dépasser* en problématisant ce rejet de principe lui-même. S'il est possible pour Cassirer de réintégrer dans l'orbite du rationnel ce qui relève de la langue et du mythe, c'est précisément parce que le rationnel ne se confond pas avec une faculté donnée une fois pour toutes mais qu'il est susceptible d'*évoluer*.

Commençons par décrire ce moment historique, fondateur de l'ordre rationnel.

221. L'avènement de la rationalité comme crise

Cassirer décrit l'avènement de la rationalité comme un moment de crise lié à la naissance simultanée de la philosophie et des mathématiques en Grèce antique. Mais cet événement historique a ceci de particulier qu'il s'est également reproduit au cours de l'histoire, en particulier lors de l'avènement de la physique moderne à l'époque de Galilée, époque pendant laquelle le monde de significations lié à la perception sensible a été progressivement remplacé par une science physique. C'est cette répétition qui fait d'un événement historique une structure intemporelle de la rationalité, même si elle prend une forme particulière à chaque occurrence.

Dans l'antiquité, cette crise a eu pour conséquence de promouvoir l'idée fondamentale de la philosophie antique – que l'on trouve diffusée dès les dialogues de Platon jusqu'aux *Eléments* d'Euclide –, celle d'*objet idéal et rationnel*, dont le paradigme est l'objet mathématique⁹. Le paradigme grec du rationnel a essentiellement consisté à faire de l'espace un lieu homogène, apte à servir de substrat à la recherche de rapports de mesure entre formes géométriques au moyen de constructions à la règle et au compas. C'est l'homogénéité de l'espace qui rend possible cette mise en rapport des figures entre elles et qui en fait le requisit pré-objectif de toute la *mathesis* grecque.

Comme l'a profondément remarqué D. R. Lachterman¹⁰, c'est justement l'homogénéité de l'espace géométrique calqué sur celui que l'on prête à l'espace perçu que la *mathesis* moderne a remis en question. Ce qui

⁸ Cf par exemple Durkheim E. (1912), *Les formes élémentaires de la vie religieuse*, Paris, PUF.

⁹ Cassirer E. (1929), *Philosophie des formes symboliques 3 ; la phénoménologie de la connaissance* : 29.

¹⁰ Lachterman D. R. (1989), *The Ethics Of Geometry, a genealogy of modernity*, Routledge, New-York & London.

distingue la *mathesis* grecque de la *mathesis* moderne est en effet lié à la constitution par Descartes de la géométrie analytique qui transforme les mathématiques en une discipline *constructive* et non plus *contemplative*. Descartes et ses successeurs désignent par “construction”, non plus le tracé de figures géométriques dans un espace conçu comme homogène, mais l’interprétation d’une équation algébrique, interprétation qui consiste à exhiber une forme géométrique particulière correspondant à l’équation. En ce sens, les expressions algébriques sont pleinement autonomes par rapport aux segments de droite leur servant de substrat dans l’espace. Un tel changement d’attitude suppose d’abandonner l’idée selon laquelle les opérations arithmétiques portant sur des quantités devraient avoir une contrepartie immédiate au sein des segments de droite de l’espace perçu. Il en découle une hétérogénéité fondamentale entre les figures géométriques : ainsi, par exemple, une ligne droite et une parabole n’ont-elles pas de raison commune. Aussi la localité de l’objet *n’est-elle plus fondée ontologiquement* et seules les opérations arithmétiques portant sur des quantités algébriques permettent d’en donner une définition.

Dans la mesure où la construction exige l’intervention d’un sujet qui construit, elle distingue radicalement la pratique mathématique des modernes de celle des anciens : la construction fait passer du monde intérieur dans lequel l’âme se dirige par un mouvement continu à un monde extérieur, celui de l’espace et des corps étendus, qui est de nature géométrique. C’est sur la conception du rôle de la démonstration que la différence entre les deux façons de concevoir les mathématiques est la plus claire. Deux solutions sont en effet possibles concernant la question de la nature de l’adhésion provoquée par la démonstration : l’autorité de la démonstration découle en effet soit du milieu dans lequel elle a lieu, soit de l’esprit qui la construit.

C’est cette dernière solution qu’empruntent les modernes : elle consiste à reconnaître dans le caractère *cinématique* de la démonstration une *projection de la direction de l’esprit* qui permet d’emporter l’adhésion. Pour un Descartes ou un Newton, les constructions cinématiques au moyen de machines fournissent ainsi la preuve *matérielle* que la construction par le truchement du concept a bien engendré une objectivité. On pourrait arguer que les constructions cinématiques étaient employées dès l’Antiquité, par exemple par Archimède. C’est vrai mais celles-ci n’ont pas le même sens que chez les modernes. Pour Archimède, les constructions cinématiques sont tout abstraites et visent seulement à libérer l’esprit du mathématicien des relations géométriques complexes qui risquent de le paralyser : aussi le but de ces constructions est-il seulement de mener une enquête (*theorein*) sur une proposition, en mettant en relief ses traits caractéristiques, que la preuve proprement dite permettra ultérieurement de mettre en lumière. La démonstration « cinématique » n’a pas – ou peu – été pratiquée chez les Anciens. Comme le remarque D. R. Lachterman cependant, les Grecs possédaient les techniques qui leur auraient permis d’en venir à une interprétation constructive des mathématiques : celle-ci n’était donc pas contenue d’avance dans la pratique antique des mathématiques qui, globalement, relevaient d’un autre cadre interprétatif.

222. Rationalité antique, rationalité moderne

Comment concilier l’existence de différents paradigmes interprétatifs pour une seule et même science ? On voit bien que faire appel à un ensemble de mécanismes cognitifs à la manière de Lakoff et Nuñez aurait pour résultat de niveler complètement les différences entre *mathesis* antique et *mathesis* moderne. *A contrario*, faire

de chaque époque de la culture mathématique une totalité hermétique n'aurait aucun sens puisque l'on a reconnu dans le rejet du monde des valeurs et des significations le point commun à toute avènement historique de la rationalité. Il reste une solution à ce dilemme : le rejet du monde des valeurs peut être philosophiquement problématisé comme tel : il faut alors, dit Cassirer, reconnaître à la catégorie de Sujet une place fondamentale dans le développement de la culture. C'est en effet *par un travail des sujets sur leurs propres représentations*, dans l'histoire et l'intersubjectivité, que peuvent se concilier les deux régimes si opposés de la signification, le régime fictionnel et le régime objectif. Il ne faut plus alors voir dans le moteur métaphorique de la langue un obstacle irrémédiable à la constitution d'une objectivité mais plutôt la condition même de son exercice.

Pour Cassirer, c'est donc à la philosophie moderne de tenter d'analyser à nouveaux frais la prégnance de la langue et du mythe dans la constitution de tout savoir rationnel. De ce point de vue, si la philosophie moderne parvient à réintégrer dans l'objet de sa réflexion le monde sensible peuplé de valeurs et de sens véhiculés par la langue, ce n'est pas par une régression infantile vers un état dépassé par le progrès de la science mais au contraire parce que la philosophie moderne a atteint une maturité qui lui permet d'intégrer en elle ce que la science moderne avait tendance à refouler. Car même si le paradigme moderne de la science constitue indéniablement un progrès dans l'ordre de la science de la nature par rapport au paradigme antique – ce que Cassirer est le premier à reconnaître –, ce progrès s'est opéré, à un moment historique précis, par une reconstruction globale du champ général du savoir qui d'une part n'est pas en continuité avec ce qui précède et qui d'autre part n'élimine pas l'équilibre qui doit exister entre le monde de la signification véhiculé par la langue et le monde de la science, reconstruit à partir de concepts rationnels d'essence mathématique.

3. Conclusion

On comprend mieux maintenant en quoi une analyse de la pratique mathématique en termes cognitifs me semble devoir être couplée avec une analyse de la même pratique en termes culturels : les sciences cognitives et les sciences de la culture doivent marcher d'un même pas, sous peine de voir les premières sombrer dans un psychologisme universalisant qui s'ignore et les secondes dans un relativisme où les époques de la culture seraient hermétiquement closes sur elles-mêmes. Cassirer, de ce point de vue, est parvenu à éviter ces deux écueils au sein d'une démarche dont on devrait s'inspirer aujourd'hui.

L'analyse de la constitution historique de la rationalité que propose Cassirer, qui semble pourtant bien éloignée du problème posé par l'épistémologie cognitive des concepts mathématiques, permet cependant de critiquer de fond en comble l'expérience de pensée au centre de laquelle l'épistémologie cognitive standard place un Sujet isolé, sans histoire et sans parole. On comprend mieux du même coup pourquoi on fait appel si tardivement à l'histoire et à l'intersubjectivité dans l'épistémologie cognitive des concepts mathématiques : en adoptant une telle démarche, cette épistémologie reproduit inconsciemment une attitude de pensée qui plonge ses racines loin dans l'histoire de la constitution du savoir rationnel. Car en finissant, du bout des lèvres pourrait-on dire, par accorder un rôle à l'histoire et à l'intersubjectivité, cette épistémologie souligne sans les problématiser les aspects, à première vue contradictoires, du mouvement scientifique de naturalisation et du mouvement philosophique d'investigation ayant le monde de la signification pour objet.